



**Zadania na XIX Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom I**

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych, klasy trzecie gimnazjów, klasy ósme szkół podstawowych)

Finał

27 kwietnia 2019 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Grupa kolegów zamówiła pizzę, za które mieli zapłacić w sumie 96zł. Postanowili, że zapłacą każdy jednakową kwotę, ale okazało się, że dwóch z nich nie miało ze sobą pieniędzy. Pozostali postanowili zapłacić każdy po 4 zł więcej. Oblicz ilu kolegów spotkało się na pizzę i ile każdy z nich powinien zapłacić.
2. Rozwiąż równanie: $\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} + x^2 - 4 = 0$.
3. Ramiona trapezu ABCD o podstawach $|AB| = 10$ i $|CD| = 4$, przedłużono do przecięcia się w punkcie F. Przez środek E odcinka DC poprowadzono prostą AE, która przecięła prostą BF w punkcie G, podobnie prosta BE przecina prostą AF w punkcie H. Wykaż, że $HG \parallel AB$. Oblicz długość odcinka HG.
4. Rozwiąż równanie:
 $4x^2 + y^2 + z^2 + x^2y^2 - 2(2xz - xy - 2y) + 1 = -4$.
Znajdź najmniejszą liczbę pierwszą p, która spełnia nierówność:
 $p > \frac{8x-10y+2z}{x}$, gdzie x, y, z to rozwiązania równania.
5. W pewnym kwadracie ścięto naroża (jednakowe trójkąty równoramienne) i otrzymano ośmiokąt o równych bokach. Pole jednego ściętego trójkąta wynosi 1. Wyznacz sumę długości wszystkich przekątnych ośmiokąta wychodzących z jednego wierzchołka i sprawdź (bez użycia kalkulatora), czy ta suma jest większa od $20 + 5\sqrt{2}$.

Powodzenia!